

令和 6 年度

入学者選抜学力試験問題

# 数 学 (後期)

[注 意]

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は4ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 各学部の志願者は、下の表に従って4題を解答すること。なお必答問題はすべての問題を解答し、選択問題Ⅰ、選択問題Ⅱはそれぞれいずれか1題を解答すること。

	必答問題	選択問題Ⅰ	選択問題Ⅱ
経済学部	1, 2, 3, 5		
データサイエンス学部	1, 2	3または4	5または6

5. データサイエンス学部志願者は、選択した問題の問題番号(選択問題Ⅰとして3または4、選択問題Ⅱとして5または6)を解答用紙の問題番号欄(【 】の中)に記入すること。問題番号の記入のない解答用紙は、未解答とみなす。また、解答は、記入された問題番号のとおりに採点される。
6. 解答は、必ず解答用紙(4枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

[ 1 ] 0 以上の実数  $t$  に対し, 関数  $f(x) = -x^2 + 4x - 2t|x| + 2$  の最大値を  $M(t)$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $M(1)$  と  $M(3)$  の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 関数  $M(t)$  を求めよ。

[ 2 ]  $\alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$ ,  $\beta = \frac{\sqrt{3}+1}{4}$  として, 座標平面上の点  $A_n(x_n, y_n)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を次のように定義する。

$$(x_1, y_1) = (1, 0),$$

$$(x_n, y_n) = (\alpha x_{n-1} - \beta y_{n-1}, \beta x_{n-1} + \alpha y_{n-1}) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

原点  $O$  を基準とする  $A_n$  の位置ベクトルを  $\vec{a}_n$  とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{a}_1$  と  $\vec{a}_2$  のなす角を  $\theta$  とする。  $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  の値をそれぞれ求めよ。
- (2)  $|\vec{a}_{n+1}|$  を  $|\vec{a}_n|$  を用いて表せ。
- (3)  $\vec{a}_n$  と  $\vec{a}_{n+1}$  のなす角  $\theta_n$  は  $n$  によらず一定になることを示せ。
- (4)  $\triangle OA_n A_{n+1}$  の面積を  $n$  を用いて表せ。

[3] 赤玉1個と白玉2個が入っている袋がある。この袋から玉を1個取り出して、赤玉であればそのまま袋に戻し、白玉であれば袋に戻さず新たに赤玉を1個袋に入れるという試行を、袋の中がすべて赤玉になるまで繰り返す。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2回目で白玉を取り出し、かつ6回目で繰り返しが終わる確率を求めよ。
- (2) 6回目で繰り返しが終わる確率を求めよ。
- (3)  $n$ 回目で繰り返しが終わる確率を  $n$  を用いて表せ。

[4] 3本の当たりくじを含む6本のくじから、はじめにA君がくじを1本引き、残りのくじからB君が2本引く。A君、B君が引いた当たりくじの本数をそれぞれ  $X$ ,  $Y$  とするとき、次の問いに答えよ。なお、 $\sqrt{5} = 2.24$  とし、付表の正規分布表を利用してよい。

- (1)  $X$  と  $Y$  のとる値のすべての組  $(x, y)$  と、それぞれの組に対応する確率  $P(X = x, Y = y)$  を求めよ。
- (2)  $X$  と  $Y$  の積の確率変数  $W = XY$  について、期待値  $E(W)$  と分散  $V(W)$  を求めよ。
- (3) この試行を170回繰り返す。 $k$  回目の試行でA君、B君それぞれが引いた当たりくじの本数の積を  $W_k$  とする。 $W_1, W_2, \dots, W_{170}$  の標本平均

$$\bar{W} = \frac{1}{170}(W_1 + W_2 + \dots + W_{170})$$

が0.5より大きくなる確率を、正規分布による近似を用いて求めよ。

[5]  $a, b$  を正の定数とし、放物線  $C: y = x^2$  と直線  $l: y = ax + b$  の交点を  $P, Q$  とする。点  $R$  が  $C$  上を  $P$  から  $Q$  まで動くとき、次の問いに答えよ。

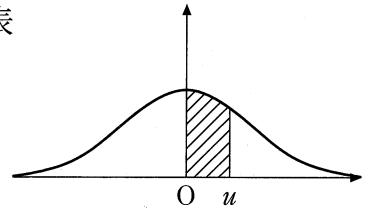
- (1) 線分  $PQ$  の長さを  $a, b$  を用いて表せ。
- (2)  $C$  と  $l$  で囲まれた図形の面積を  $a, b$  を用いて表せ。
- (3)  $\triangle PQR$  の面積の最大値とそのときの  $R$  の座標を、 $a, b$  を用いて表せ。

[6] 次の極限值を求めよ。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \left\{ 1 - \left( \frac{k}{n} \right)^2 \right\}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{1 - \left( \frac{k}{n} \right)^2}$$

付表：正規分布表



$u$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900